Giulio Bemporad

Sulle congruenze normali di curve piane

Il Preside: [illegible]

[illegible]

[illegible]

G.P. Grimaldi

A. Riccò

[illegible]

S. di Franco

F. Scalia

G. Pennacchietti

S. Catania

A. Severini

Giulio Bemporad

Sulle congruenze normali di curve piane

(Sunto della dissertazione di laurea)

Il lavoro da me presentato come dissertazione di laurea si può dividere in due parti ben distinte.

Nella prima io mi occupo delle congruenze normali di curve piane eguali. Lo studio di tali congruenze é stato fatto per la prima volta da A. Ribaucour, ed io ho avuto in mente soprattutto, nel riprendere la trattazione, di completare lo studio di tali congruenze, per quanto mi é riuscito. Ho ripreso perciò dal principio la trattazione, ridimostrando ex novo anche i teoremi già enunciati da Ribaucour, cosa che ho giudicato opportuna anche perché alcune dimostrazioni di Ribaucour sono alquanto incomplete. Ho ritrovato così tutti i teoremi di Ribaucour, e cioé:

1. La superficie inviluppo dei piani delle curve é pseudosferica.

2. Le curve della congruenza hanno tutte la medesima posizione rispetto ai meridiani e paralleli della pseudosfera.

3. Fra le congruenze normali di curve eguali vi é il sistema ciclico di raggio costante, cioé un sistema di cerchi tutti eguali, che hanno raggio eguale al raggio della superficie pseudosferica inviluppata dai loro piani, e icentri sulla superficie stessa. Questo é anche l'unico sistema ciclico per cui la superficie inviluppo dei piani coincida col luogo dei centri.

Io ho poi dimostrato che per questo sistema ciclico si possono avere in termini finiti le equazioni delle superficie ortogonali.

Ho infine esaminato la questione seguente: Le superficie ortogonali ad una congruenza di curve piane eguali possono far parte di un sistema triplo ortogonale? Ed ho riconosciuto che l'unico caso é quello del sistema ciclico.

Ho di più ricercato se possano esservi delle congruenze normali di curve eguali poste nei piani di una stella o nei piani tangenti di una curva. Ma si é visto che non ne esistono, a meno che i piani non siano solo una semplice infinità, e quindi inviluppino una superficie sviluppabile.

Nella seconda parte ho esaminato poi un tipo di congruenze normali di curve piane che fino ad ora non erano mai, ch'io mi sappia, state studiate. Tali congruenze sono formate di curve poste nei piani tangenti di una superficie di rotazione, e sono eguali quelle poste lungo uno stesso parallelo, simili quelle poste lungo uno stesso meridiano, tutte poi similmente disposte rispetto alle tangenti dei meridiani e paralleli della superficie.

L'elemento lineare della superficie ha la forma:

$$(1) \qquad du^2 + h^2 u^{2m} dv^2$$

Non sono però riuscito a dimostrare che, come é probabile, non vi siano altre superficie di rotazione su cui esistano congruenze di questo tipo, di modo che la questione resta sempre in sospeso.

Per queste congruenze valgono le seguenti proprietà:

il rapporto di similitudine di due curve della congruenza é eguale, quando si disponga convenientemente del parallelo da cui si contano i valori di u, al rapporto dei corrispondenti valori di u.

Per ogni superficie con l'elemento lineare (1) esiste un sistema ciclico ed uno solo; in questo i cerchi hanno i centri sulle tangenti dei meridiani.

Per questi sistemi ciclici si possono avere in termini finiti le equazioni delle superficie ortogonali.

Finalmente, mentre le superficie ortogonali a questi sistemi ciclici formano sempre una famiglia di Lamé (come risulta anche dalla teoria generale dei sistemi ciclici), non formano invece in generale famiglie di Lamé le superficie ortogonali alle altre congruenze di questo tipo.

Tesi orali

1° Fisica Matematica — Le equazioni fondamentali del campo elettromagnetico, secondo Hertz.

2° Geometria Superiore — Sulle serie algebriche di gruppi di punti, appartenenti ad una serie lineare.

3° Astronomia — La cattura delle comete, e la nuova ipotesi cosmogonica di See.